MATEMÁTICA E METAFÍSICA EM LEIBNIZ: o Cálculo Diferencial e Integral e o processo psíquico-metafísico da percepção

William de Siqueira Piauí[1]

RESUMO:
Meu objetivo neste artigo é analisar parte da influência que a matemática de Leibniz, especialmente o Cálculo Infinitesimal (parte importante de sua Ciência do Infinito), pode ter para o seu conceito de Mônada; para isso apresentaremos sua demonstração da validade universal do Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chave: Leibniz. Cálculo Infinitesimal. Cálculo Diferencial. Cálculo Integral. Mônada.

ABSTRACT:
My purpose in this paper is to analyse part of the influence which Leibniz's mathematics, especially the Infinitesimal Calculus (important part of his Cience of the Infinite), may have to the concept of Monada; for that we'll show his proof of the Differential and Integral Calculus' universal validity.

Key-words: Leibniz. Infinitesimal Calculus. Differential Calculus. Integral Calculus. Monada.

Considerações Iniciais

Em junho de 1686, bem antes dos *Novos ensaios sobre o entendimento humano* (escrito entre 1701 e 1704), Leibniz publica, nas *Atas dos Eruditos* (*Acta Eruditorum*), um texto que tinha por título *Sobre uma Geometria altamente oculta e a Análise dos Indivisíveis e Infinitos*; texto que, obviamente, tem por objetivo esclarecer parte das obscuridades que dizem respeito ao labirinto onde entra a consideração do infinito e que faz parte daquilo que Leibniz vai chamar de *Ciência do Infinito*[2]. Esse texto é freqüentemente considerado como a apresentação acabada – dada a aplicação universal que atinge – do Cálculo Diferencial e Integral. Segundo nosso ponto de vista, ele é a melhor prova de que a Análise de Leibniz, contra Descartes, restabeleceu os métodos argumentativos dos antigos e é a partir dele que

[1] Doutor em Filosofia pela Universidade de São Paulo (FFLCH – USP). Professor da Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

[2] Referimo-nos ao que Leibniz diz em seu prefácio da *Teodicéia*, a saber: "Existem [na filosofia] dois famosos labirintos em que a razão se perde muitas vezes. Um é a grande questão do livre e do necessário, acima de tudo, com respeito à produção e origem do mal; o outro consiste na discussão do contínuo e dos indivisíveis que constituem seus elementos, e onde entra a consideração do infinito. O primeiro embaraça a quase todo o gênero humano; o outro somente aos filósofos". (LEIBNIZ, 1990, p. 29).

podemos ter a melhor compreensão das relações existentes entre sua metafísica e sua matemática. É isso que tentaremos mostrar a partir de agora.

Prova da validade universal do Cálculo Diferencial e Integral

Leibniz começa o texto recusando a prova feita pelo cartesiano D. T. (Tschirnhaus) da impossibilidade de se calcular a *quadratura* e concorda com Craig que ela, a prova, está repleta de *paralogismos*:

> [Craig] reconhece acertadamente muitos paralogismos dos que procuram provar a impossibilidade da quadratura [...] o senhor [D.T.] pensava que a partir da impossibilidade da quadratura indefinida conseguiria também a da definida; porém meu pensamento se mantinha o mesmo [...] que não valia a conseqüência de uma para a outra. ([*Sobre uma Geometria altamente oculta e a Análise dos Indivisíveis e Infinitos*, in: *Mathematische Schriften*, V] LEIBNIZ, 1962, pp. 226-227).

São muitas as vezes que Leibniz critica o método argumentativo de Descartes e parte delas diz respeito ao fato de suas demonstrações conterem entimemas e paralogismos; essa opinião era bastante comum com respeito à filosofia cartesiana[3], essa afirmação se refere à forte recusa que Descartes fez dos silogismos, uma delas é enunciada nos seguintes termos: “notei que, quanto à Lógica, os seus silogismos e a maior parte de seus outros preceitos servem mais para explicar a outrem as coisas que já se sabem, ou mesmo, como a arte de Lúlio, para falar, sem julgamento, daquelas que se ignoram, do que aprendê-las”. (DESCARTES, 1987, p. 37).

Para Leibniz o caso é diferente, pois, como ele mesmo afirma: “estou convencido de que a invenção dos silogismos constitui uma das mais belas do espírito humano, e até uma das mais consideráveis. É uma espécie de matemática universal, cuja importância não é suficientemente conhecida”. (LEIBNIZ, 1990, p. 391).

E todos os erros que têm por resultado um entimema ou um paralogismo surgem, segundo Leibniz, porque:

> (...) o mais das vezes prefere-se suprimir as premissas maiores, que se subentendem, e contentar-se com os entimemas, e mesmo sem formar premissas muitas vezes colocar o simples *medius terminus* ou a idéia média, sendo que nesse caso o espírito compreende a sua conexão sem que seja necessário formulá-la explicitamente. [...] muitas vezes se supõe isto com muita pressa, e disto nascem os paralogismos, de maneira que muitas vezes

[3] Em uma das objeções dirigidas ao método cartesiano, talvez a mais severa, se afirmava o seguinte: “Ao menos me direis, esse método tem a vantagem de que, não admitindo nenhum silogismo, evita infalivelmente os paralogismos. Linda vantagem por certo! Isso é o mesmo que pretender arrancar o nariz de uma criança para que não ajunte muco (...)”. (DESCARTES, 1945 [*Sétimas Objeções*], p. 528).

> seria melhor levar em conta a segurança ao exprimir-se, do que preferir a brevidade e a elegância. (LEIBNIZ, 1984, p. 340).

Descartes havia recusado a Lógica de Aristóteles já em suas *Regras para a orientação do espírito*, especialmente no que dizia respeito ao valor dos predicamentos, a teoria dos silogismos e, por conseqüência, da busca dos termos médios; sendo assim, não é estranho ver Leibniz criticar a prova da impossibilidade da quadratura feita por um cartesiano. E para os enganos que dizem respeito aos paralogismos Leibniz prescreve o seguinte remédio:

> (...) Arnauld em sua arte de pensar afirma que os homens não pecam facilmente quanto à forma, de fato ocorre completamente o contrário e Huygens já observou comigo que os erros matemáticos que se conhecem com o nome de paralogismos têm sua origem no descuido da forma. Sem dúvida não é nada desdenhoso que Aristóteles tenha submetido estas formas a leis infalíveis e que, por conseguinte, seja de fato o primeiro que tenha escrito matematicamente fora das matemáticas. ([*Carta a Gabriel Wagner*, in: *Escritos Filosóficos*] LEIBNIZ, 1982, p. 359).

Como vemos, novamente a Lógica de Aristóteles deve ser chamada para corrigir erros que, antes de dizer respeito à matéria, dizem respeito à forma. Então, enfraquecida a prova cartesiana, reafirmada por Tschirnhaus, da impossibilidade das quadraturas, pois estava repleta de paralogismos, de vícios de forma; Leibniz passa a corrigir um erro que cometeu quando apresentou a sua primeira recusa da impossibilidade que D. T. havia prometido publicar nas *Atas*[4]. Mas como aquele engano em nada prejudicava a validade do cálculo, não servia como garantia da impossibilidade de quadrar as curvas, fossem elas definidas ou indefinidas[5].

Afastado aquele engano, está reaberto o caminho para a prova da possibilidade do cálculo das quadraturas. É preciso lembrar o fato que Leibniz resgata as formas antigas de argumentação especialmente por conta da importância que ele atribui a pergunta pela possibilidade, a pergunta *An* (será que?); o que o liga à maneira platônica de tratar das

---

[4] Tschirnhaus havia publicado, nas *Atas* de outubro de 1683, um ensaio sobre a determinação das tangentes e sobre um método a respeito da quadratura algébrica de curvas algébricas (definidas) onde pretendia demonstrar que a partir da impossibilidade da quadratura indefinida (indefinidas: não algébricas ou mecânicas) se podia provar a impossibilidade das definidas, com o qual Leibniz não concordou e respondeu, também nas *Atas*, em maio de 1684 no artigo *De dimensionibus figurarum inveniendis*. No entanto, nesse artigo comete o erro mencionado acima. Em 1685, em Londres, John Craig publica um pequeno livro onde pretende dar resposta ao artigo de Tschirnhaus afirmando estar de acordo com parte do artigo de Leibniz, no entanto, reafirma aquele erro e diz que o cálculo de Leibniz copiava parte dos métodos dos matemáticos britânicos (Wallis, Barrow e Newton), foi assim que começaram as acusações de plágio que cercaram as pesquisas matemáticas de Leibniz (cf. LEIBNIZ, 1991 [*Análisis infinitesimal*], pp. LVII).

[5] Não nos deteremos nesse engano, pois, segundo Leibniz, ele não alterava em nada a caracterização geral do cálculo. Seja como for: “O *argumento ad hominem* tem esse efeito: mostra que uma das duas asserções é falsa, e que o adversário se enganou de qualquer forma que se considere”. (LEIBNIZ, 1984, p. 401).

definições[6]. Portanto, também não é estranho ver Leibniz começar uma demonstração da validade do cálculo buscando resolver a questão da possibilidade, ou seja, se é possível ou não demonstrar a validade do cálculo das quadraturas.

Neste sentido, Leibniz afirma, com Craig e contra Tschirnhaus, que é possível demonstrar a validade do cálculo. Para compreendermos como ele faz a demonstração da validade temos de voltar aos *Novos ensaios* e reapresentar a caracterização mais geral do que ele entende por Análise:

> (...) existe uma arte de encontrar as idéias intermédias (o médium), esta arte é a análise. Ora convém considerar aqui que se trata tanto de encontrar a verdade ou falsidade de uma proposição dada, o que não é outra coisa senão responder à questão An (será que?), isto é, se isto é ou não. Por vezes trata-se de responder a uma questão mais difícil (*caeteris paribus*), na qual se pergunta por exemplo: por qual e como? E neste caso existe mais coisa a suprir. São somente estas questões que deixam uma parte da proposição em branco que os matemáticos denominam problemas. (LEIBNIZ, 1984, p. 295).

Consideremos algumas das questões envolvidas nesta afirmação: primeiro, a análise é descrita como a busca do médio, o que esclarece a retomada, por Leibniz, da lógica aristotélica e a recusa dos paralogismos; encontrar o médio é o mesmo que responder à questão da possibilidade (se é possível ou não). Segundo, a análise, às vezes, tem de responder a uma questão mais difícil, ou seja, às perguntas *'por qual?'* e *'como ?'*. E Leibniz conclui que: "são estas a questões que deixam uma parte da proposição em branco, que os matemáticos denominam problemas".

Enumeradas as perguntas, podemos dizer que o artigo de junho, apresentado nas *A. E.*, começa e termina pelo segundo tópico que enumeramos, ou seja, ele começa indicando por quem o cálculo foi aceito (Craig) e por quem ele foi recusado (Tschirnhaus), *como* ele foi recusado (prova da impossibilidade de Tschirnhaus, que segundo Leibniz e Craig era fraca logicamente, pois estava repleta de paralogismos) e *como* ele foi aceito (por Craig e por Leibniz). E Leibniz retomará esse procedimento ao final do artigo, fazendo um histórico das contribuições que outros autores trouxeram para as suas descobertas; ele afirma por exemplo:

> Falta, para que não pareça que atribuo demasiado a mim mesmo ou que menosprezo aos demais, que diga em poucas palavras o que em minha fórmula se deve especialmente aos insignes matemáticos de nosso século neste gênero de geometria. Os primeiros, Galileu e Cavalieri, que se empenharam em descobrir as obscuríssimas artes de Conon e Arquimedes. (LEIBNIZ, 1962, p. 231).

[6] Veja-se o *Menôn* de Platão, 87a.

Esses nomes serão seguidos pelos de Fermat, Descartes, Gregório de San Vicente, Guldin, Huyghens, Wallis, Heurat, Neil, Wren, James Gregório, Isaac Barrow, Nicolas Mercator e Isaac Newton. Todos esses nomes estão acompanhados do *como* eles auxiliaram as descobertas de Leibniz. A estes nomes podemos somar o de Pascal que nas pesquisas sobre os centros de gravidade forneceu um operador de fundamental importância para o cálculo infinitesimal, o que o próprio Leibniz admite ao afirmar: "imaginei rapidamente o triângulo que em todas as curvas eu chamava de característico, cujos lados são indivisíveis (ou, para dizer mais precisamente, infinitamente pequenos) ou quantidades diferenciais". (LEIBNIZ, 1962, p. 232).

Trata-se do triângulo característico, expediente que Leibniz extraiu do *Tratado dos senos e do quarto de círculo* de Pascal.

O artigo de Leibniz ainda oferece, bem no final, um exemplo de aplicação do seu cálculo a uma questão que D. T. (Tschirnhaus) havia formulado em seu artigo, também publicado nas *A. E.* Não nos deteremos nessa questão, pois acreditamos que ela não é relevante para a compreensão do método geral da filosofia de Leibniz.

Portanto, o tópico segundo faz parte do pano de fundo metodológico do que Leibniz entende por análise; por isso, no artigo de junho de 1686 ele enumera não só os autores, mas, também e principalmente, de que maneira (o *como*) esses autores o auxiliaram. Esta atitude está intimamente ligada à crítica que Leibniz fez ao artigo 75 dos *Princípios da Filosofia* de Descartes, ela faz parte de uma atitude bastante comum na filosofia leibniziana de reconsiderar as obras de outros autores e extrair delas contribuições para a solução de determinados problemas; o que também é afirmado nos *Novos ensaios* da seguinte maneira:

> Após ter meditado bastante sobre o antigo e sobre o novo, cheguei à conclusão de que a maior parte das doutrinas transmitidas admite um sentido correto. Assim sendo, gostaria que os homens de espírito procurassem com que satisfazer à sua ambição, ocupando-se mais em construir e avançar do que com destruir e regredir. (LEIBNIZ, 1984, p. 52).

Voltemos às questões que enumeramos, agora ao primeiro tópico. Se Leibniz recusa a prova da impossibilidade de Tschirnhaus certamente é porque acredita estar em condições de provar a possibilidade; o que, se seguimos a descrição da análise feita nos *N. E.*, significa encontrar o termo médio, o *medius terminus*. Encontrar o termo médio é resolver o que os matemáticos denominavam *problemas* e preencher a parte que estaria em branco na proposição. Sendo assim, em termos de proposição, que problema Leibniz se propõe no artigo de 1686? Primeiramente ele se propõe a demonstrar que:

$$\int p\,dy = \tfrac{1}{2}x^2$$

Para tanto é preciso começar com:

> I) Seja a ordenada <x>, a abscissa <y>, e seja <p>, como se disse, o intervalo entre a perpendicular e a ordenada. Se vê rapidamente, com meu método, que é: pdy=xdx. O qual também observou Craig; convertida esta equação diferencial em soma, teremos:
>
> $$\int pdy=\square\int xdx$$

Depois:

> II) Do que expus no método das tangentes[7], é evidente que ½x ²=xdx; portanto a recíproca é:
>
> $$\tfrac{1}{2}x^2=\square\int xdx$$

Por fim:

> III) (pois, como as potências e raízes nos cálculos comuns, as somas e as diferenças o <∫> e <d> são recíprocos). Teremos por conseguinte:
>
> $$\int pdy=\square\int xdx$$
>
> Que era o que se pretendia demonstrar. (LEIBNIZ, 1962, p. 230).

Em que sentido podemos dizer que esta é uma demonstração? Se assumirmos a crítica dirigida a Tschirnhaus, ou seja, que a sua demonstração da impossibilidade era fraca, logicamente falando, pois estava repleta de paralogismos, e a exigência de explicitação do termo médio para a prova da possibilidade, a revalorização dos silogismos, podemos dizer que o que Leibniz apresenta como demonstração nada mais é que um silogismo semelhante ao da segunda figura, ou seja: primeiro, ele pergunta se é ou não possível que:

$$\int pdy=\tfrac{1}{2}x^2 \text{ (A é C?)}$$

por meio de pdy=xdx, mostra que

$$\int pdy=\square\int xdx \text{ (A é B)}$$

por meio de ½x ²=xdx, mostra que

$$\tfrac{1}{2}x^2=\square\int xdx \text{ (C é B)}$$

e por meio de pdy=½x ² , conclui que:

$$\int pdy=\tfrac{1}{2}x^2 \text{ (Logo, A é C)}$$

[7] Leibniz se refere ao artigo de 1684: *Um novo método para os máximos e mínimos, bem como para as tangentes; que não se detém frente às quantidades fracionarias ou irracionais, e é um tipo singular de cálculo para esses problemas (nova methodus pro maximis et minimis, etemque tanentibus, quae nec fractas nec irrtionales quantitaes moratur, et singulare pro illis calculi genus)*, publicado nas *A. E.* em outubro de 1684 (nos referiremos a ele apenas como: *Um novo método para os máximos e mínimos*). Nesse texto Leibniz indica a regra de multiplicação das diferenças, a saber: *d(xv)=xdv+vdx*, se tomarmos *d(xx)* teremos *d(xx)=xdx+xdx*, que equivale a *d(xx)=2xdx*, então *xdx=d(xx/2)*, ou *d½x²=xdx* (cf. LEIBNIZ, 1962, p. 220). A fim de deixar mais claro de onde Leibniz tirou a outra intermediária no final desse artigo apresentaremos algumas figuras que podem auxiliar a compreensão da validade e aplicação do Cálculo.

Como vemos, Leibniz não só encontrou e explicitou o termo médio $\int xdx$, mas, além disso, deixou claro quais proposições intermediárias são necessárias para compreender a demonstração. Feito isso, uma parte da possibilidade do cálculo, que implica a sua validade universal, está provada. Podemos, então, voltar aos *N. E.* e verificar que tipo de reconhecimento Leibniz invoca para seu cálculo:

> Com efeito, quando a análise era menos cultivada, necessitava-se de mais sagacidade para chegar a elas [as demonstrações], e é por isso que ainda os geômetras da velha geração, ou outros que ainda não têm abertura suficiente para os novos métodos, acreditam realizar maravilhas quando encontram a demonstração de algum teorema, que outros inventaram. Contudo, os que são versados na arte da invenção, sabem quando isso é apreciável ou não; por exemplo, se alguém publica a quadratura de um espaço compreendido entre uma linha curva e uma reta, que sai bem em todos os segmentos e que denomino geral, está sempre em nosso poder, segundo nossos métodos, encontrar a demonstração, desde que se queira assumir o trabalho. (LEIBNIZ, 1984, p. 295).

Leibniz reafirma sua ligação com uma forma antiga de argumentação e é aos versados nesta arte, arte da invenção (*ars inveniendi*), que ele convida à apreciação da demonstração da aplicação de seu método geral das quadraturas. Mas o que este convite quer dizer? Por que aos versados na arte de inventar?

Acreditamos que Leibniz, dada a retomada que fez de parte dos predicamentos e dos silogismos, pretende relembrar o fato de que existia uma parte da lógica que havia sido esquecida, geralmente chamada de ciência da descoberta ou da invenção. Foi essa a parte da lógica que Descartes recusou mais fortemente, ela foi descrita por Abelardo com as seguintes palavras:

> Ora, há duas [partes], de acordo com Cícero e Boécio, que compõem a lógica, a saber, a ciência de descobrir os argumentos e a de julgá-los (*scientia inveniendi* e *scientia iudicandi*), isto é, de confirmar e comprovar os argumentos descobertos. Com efeito, duas coisas são necessárias ao argumentante: primeiro, que descubra os argumentos pelos quais argua; depois, que saiba confirmá-los se alguém os atacar como viciosos ou não suficientemente firmes. (ABELARDO, 1994, p. 36).

Leibniz muitas vezes critica o método cartesiano afirmando que não basta julgar e, se não estamos enganados, é exatamente este o caso do embate contra Tschirnhaus, ou seja, o que Leibniz pretendeu no artigo de 1686 foi construir os argumentos capazes de confirmar a validade universal de seu cálculo; tanto é assim que são os versados nessa antiga arte de argumentar, de certa forma sufocada pelo sucesso do método cartesiano, que Leibniz acredita serem capazes de julgar a validade da demonstração, e por conseqüência da aplicação, de seu cálculo. Sendo assim, podemos dizer algo quanto ao fato de Leibniz não utilizar o nome *arte da descoberta*, mas *arte da invenção*. Certamente, o principal motivo que levou Leibniz a utilizar invenção, e não descoberta, foi para não ser confundido com alguns dos cartesianos que, seguindo as observações feitas no *Discurso do método*, recusavam o valor dos silogismos como fonte de descoberta. Além disso, utilizar *arte da invenção*, ao invés de *arte da descoberta*, reafirma seu compromisso com a tradição, o que grande parte dos autores modernos se recusou a fazer. Também pode ser um indicador de que, para Leibniz, estabelecidas algumas noções gerais em matemática podemos descobrir, ou inventar, novos problemas e novos ramos de conhecimento ligados a essa disciplina.

A esse respeito é preciso lembrar o fato de que as demonstrações de Leibniz, apesar do valor que parte dos predicamentos assume em sua filosofia, não dependem de uma categorização rígida como era a de Aristóteles; ao invés de construir sua argumentação por meio da subalternação de uma espécie a um gênero, Leibniz opta pela reciprocidade entre os termos da proposição, como ele afirma: "a análise se serve das definições e outras proposições recíprocas, que nos possibilitam fazer o retorno e encontrar demonstrações sintéticas". (LEIBNIZ, 1984, p. 366).

O que, como vemos, permite fazer o caminho de volta das demonstrações, ou seja, permite fazer o caminho sintético. Por isso também o silogismo que demonstrou a validade do cálculo não precisava ser necessariamente de primeira figura. Além disso, precisamos tratar de um último aspecto ligado à demonstração de Leibniz, certamente o aspecto mais importante pois pode sugerir aquela capacidade de invenção na matemática; ele diz respeito à aplicação do cálculo às curvas transcendentes. É a esta etapa da demonstração que Leibniz faz referência nos *Novos ensaios*; com as seguintes palavras: "Porém existem quadraturas particulares de certas porções, onde a coisa poderá ser tão complexa que não estará sempre *in potestate* (em nosso poder) até aqui desenvolvê-la". (LEIBNIZ, 1990, p. 295).

Esta caracterização se assemelha àquela feita no artigo de 1686, e parece que foi ela a grande responsável pelo engano de muitos, como afirmava Leibniz: "em cujo caso podem encontrar-se inumeráveis linhas que satisfazem a proposta, o que foi o motivo porque muitos, considerando o problema não suficientemente resolvido, pensaram que não estava *in potestate* (em seu poder) resolvê-lo". (LEIBNIZ, 1962, p. 230).

Ressurge aqui aquele aspecto da atitude de Leibniz em relação às ciências, ou seja, no caminho progressivo de aquisição do conhecimento, caminho que não tem fim, é preciso diferenciar o que é impossível em sentido absoluto do que é impossível até o momento. É preciso diferenciar o que nunca poderemos fazer do que não podemos fazer dado o estágio cultural em que nos encontramos. Foi o que Descartes e com ele Tschirnhaus não compreenderam muito bem, isto é, nem sempre o que não pôde ser realizado até o momento não poderá ser realizado na posteridade. Neste sentido, a atitude de Leibniz é das menos cartesianas, ele não acredita que a ciência seja obra de um só homem, ao contrário, muitas vezes é preciso colocar um problema para a apreciação de outros cientistas. É esta atitude que está por trás da demonstração da validade universal de seu cálculo no que diz respeito às curvas transcendentes. Descartes, segundo Leibniz, tinha dividido as curvas em geométricas e mecânicas (as quais Tschirnhaus denominava definidas e indefinidas), e, dado seu caráter não algébrico, havia expulsado as últimas da geometria, o que o levou a um erro descrito por Leibniz com as seguintes palavras: “Portanto, a Geometria de Descartes que as excluía [as curvas mecânicas] foi um erro não menor que o dos antigos, que depreciavam os lugares sólidos ou lineares como não geométricos”. (LEIBNIZ, 1962, p. 229).

É em razão desta exclusão que Leibniz afirma, no artigo de 1686, o seguinte:

> Por outro lado, este lugar me parece adequado, para dizer algo interessante, a fim de abrir o caminho das quantidades transcendentes (*Transcendentium Quantitatum*), já que alguns problemas não são planos nem sólidos nem supersólidos ou de algum grau definido, mas transcendem qualquer equação algébrica. (LEIBNIZ, 1962, p. 228).

Como vemos, o sentido de transcendência é apresentado como a falta de um grau definido e para resolver este problema Leibniz se vale de uma equação auxiliar que deve anteceder o cálculo das curvas; a saber:

> Da mesma forma que antes os algebristas adotavam letras ou números gerais em lugar de quantidades fixadas, nos problemas transcendentes eu adotei equações gerais ou indefinidas em lugar de linhas fixadas, por exemplo, sejam <x> e <y> a abscissa e a ordenada de certas quantidades existentes, a equação da linha proposta por mim é: $0=a+bx+cy+exy+fx^2+gy^2+...$
> Com apoio desta equação indefinida, busco realmente a tangente de uma linha finita (pois sempre se pode determinar até onde convém que seja prolongada), comparando o que encontro com a propriedade dada das tangentes encontro o valor das letras <a>, <b>, <c>... e assim determino a equação da linha proposta (...). (LEIBNIZ, 1962, p. 229).

Este expediente permite a Leibniz: “[encontrar] a espécie de transcendência (pois algumas transcendentes dependem da secção geral de uma razão ou de logaritmos, outras da secção geral de um ângulo, ou de arcos de círculo, outras de algumas questões indefinidas mais complexas)”. (LEIBNIZ, 1962, p. 230).

Só a partir deste expediente do cálculo é que Leibniz consegue refazer o caminho da possibilidade ou impossibilidade de se calcular as curvas transcendentes, e conclui:

> Aplicado este método às quadraturas, ou ao descobrimento das linhas quadratrizes (nos quais, sem exceção, se dá uma propriedade das tangentes), é evidente não só de que modo se encontra, se a quadratura indefinida é impossível algebricamente, mas também de que modo descoberta esta impossibilidade pode encontrar-se a quadratriz transcendente, o que até agora não tinha sido realizado. (LEIBNIZ, 1962, p. 230).

Ou seja, Leibniz refaz o caminho da prova da possibilidade e mostra que não é pelo fato de que uma curva não é algébrica que ela não pode ser conhecida; dito de outra forma, se ela é impossível de ser conhecida algebricamente é preciso recorrer a outros meios para realizar o seu cálculo, neste caso a sua transcendência pode exigir meios distintos para ser conhecida: "algumas dependem da secção geral de uma razão ou de logaritmos, outras da secção geral de um ângulo, ou de arcos do círculo, outras de algumas questões indefinidas mais complexas". E é no sentido desta última observação que poderia não estar em nosso poder até aquele momento (numa época determinada) conhecer esta transcendência. Como afirma o próprio Leibniz: "Ainda que às vezes possa ocorrer que sejam utilizadas muitas transcendentes, algumas vezes de naturezas diferentes entre si, e se terá transcendentes de transcendentes, e isto se prolonga até o infinito, contudo podemos estar contentes com as mais fáceis e mais úteis". (LEIBNIZ, 1962, p. 230).

Como vemos, em nenhum momento Leibniz afirma que o trabalho de conhecimento das transcendentes está completo, neste sentido, o artigo de 1686 abre um novo campo de pesquisa sempre de acordo com aquela atitude mais geral da filosofia leibniziana segundo a qual o progresso científico não tem fim.

Acreditamos que conseguimos indicar suficientemente os expedientes argumentativos de Leibniz: a importância que a prova da possibilidade, que remete aos geômetras antigos, assume mesmo quando não se trata de demonstrar a essência ou o ser do que se quer definir; que a validade universal do cálculo é demonstrada graças à explicitação do termo médio, presente na descrição da Análise feita nos *Novos ensaios*; o que em alguma medida significou a revalorização da lógica aristotélica. Por fim, acreditamos ter mostrado de forma definitiva que os enganos quanto à forma, quanto ao fato de suas demonstrações conterem paralogismos, levaram, segundo Leibniz, não só Descartes, mas também alguns cartesianos, como foi o caso de Tschirnhaus, a se enganarem quanto à apresentação da impossibilidade de determinadas demonstrações. O que marca ainda uma vez a importância que a prova da possibilidade assume na filosofia leibniziana.

Com seu Cálculo Infinitesimal, parte de sua "Ciência do Infinito", e resultado da soma dos princípios dos Cálculos Integral e Diferencial, Leibniz encontrou de fato uma forma matemática de lidar com a sua concepção de matéria dividida atualmente ao infinito, do que temos de nos lembrar quando tratamos da relação existente entre as percepções e o infinito em sua filosofia; sem isso não temos como compreender em que sentido as substâncias individuais envolvem o infinito. Como indicação dessa última afirmação vamos tecer as seguintes considerações.

Algumas figuras que ajudam a compreender a aplicação do cálculo em questões de ordem metafísica.

Antes de tudo, para Leibniz as figuras não devem ser utilizadas como elementos que garantem a demonstração, pois, como ele mesmo afirma: "não são as figuras que fornecem a prova entre os geômetras, ainda que o estilo ectético o faça crer. A força da demonstração independe da figura traçada, que só existe para facilitar a inteligência do que se quer dizer e fixar a atenção". (LEIBNIZ, 1984, p. 389).

Essa afirmação pode estar ligada à recusa da idéia aristotélica de que a existência precede a essência, nesse sentido, também foi ela que guiou nossa apresentação e demonstração da validade do Cálculo Diferencial e Integral, isto é, foi em atenção a ela que não utilizamos figuras que indicassem sua validade. Contudo, Leibniz admite que as figuras podem facilitar "a inteligência do que se quer dizer"; sendo assim, achamos apropriado fornecer algumas figuras que podem auxiliar a compreender o que foi dito quanto à demonstração da validade do cálculo e, além disso, auxiliar a compreender o modelo utilizado por Deleuze em *A dobra: Leibniz e o barroco* e o modelo que acreditamos ser o mais adequado para a compreensão de qual seja o *trajeto*[8] perceptivo das Mônadas.

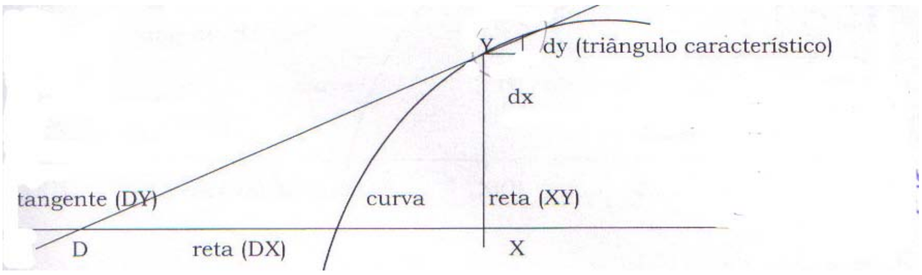
Passemos, então, à descrição do cálculo no que ele tem de mais figurativo, ou seja, de geométrico; neste sentido, a descrição que Leibniz faz das curvas e das relações de proporcionalidade no artigo de 1684 é bastante elucidativa:

> Porém os métodos publicados até aqui não têm tal passo, pois geralmente ajuntam a uma reta como DX outra de mesma natureza, mas não uma reta <dy> que é a quarta proporcional a DX, XY, <dx>, o que altera tudo; desde que aqui aconselham que antes se suprimam as frações e os irracionais (que compõem as indeterminadas)(...) (LEIBNIZ, 1962 [*Um novo método para os máximos e mínimos*, in: *Mathematische Schriften*, V], p. 223).

[8] Seguimos a seguinte afirmação de Leibniz: "Existe uma certa ordem no trânsito das percepções, enquanto se passa de um objeto a outro por meio de outros. E isto pode chamar-se *trajeto*". (LEIBNIZ, 1982 [*Princípios metafísicos da Matemática*, in *Escritos Filosóficos*], p. 591).

O que Leibniz quer dizer é o seguinte: DX/XY é proporcional a dx/dy onde se vê que dy é a quarta proporcional. O que podemos mostrar com a seguinte figura:

figura 1

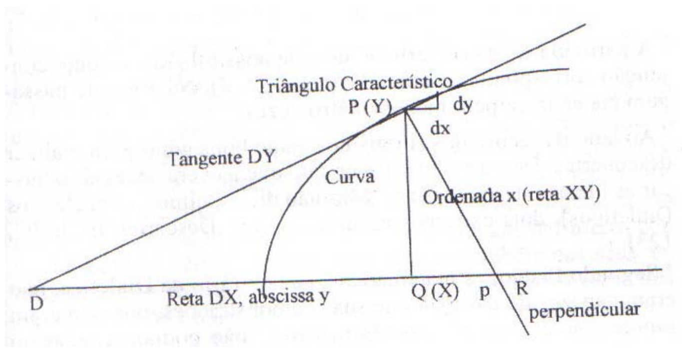


Não é difícil verificar que o triângulo menor é proporcional ao maior, isto é, suas hipotenusas partem de uma mesma reta tangente e as retas <dy> e XY formam ângulos de 90 graus com as retas <dx> e DX, é daí que surge aquela proporcionalidade. Fica claro também porque Leibniz fez lembrar, a fim de esclarecer sua concepção do cálculo infinitesimal, as raízes imaginárias, isto é, a aplicação do cálculo, fazendo uso do triângulo característico, se assemelha a aplicação do teorema de Pitágoras. Essa será uma das idéias fundamentais para compreendermos a maneira correta de considerar os predicados de uma substância individual; eles deverão ser considerados como as raízes imaginárias da álgebra (algo como o número irracional correspondente a uma hipotenusa resultado de um triângulo retângulo de lados 1).

No artigo de 1686 Leibniz descreve um terceiro triângulo, o que vai garantir uma outra proporcionalidade:

> Seja a ordenada <x>, a abscissa <y>, e seja <p>, como disse, o intervalo entre a perpendicular e a ordenada, se vê rapidamente, com meu método,

figura 2



... que é pdy=xdx". (Sobre uma Geometria altamente oculta e a Análise dos Indivisíveis e Infinitos, in M. S., volume V, p. 231).

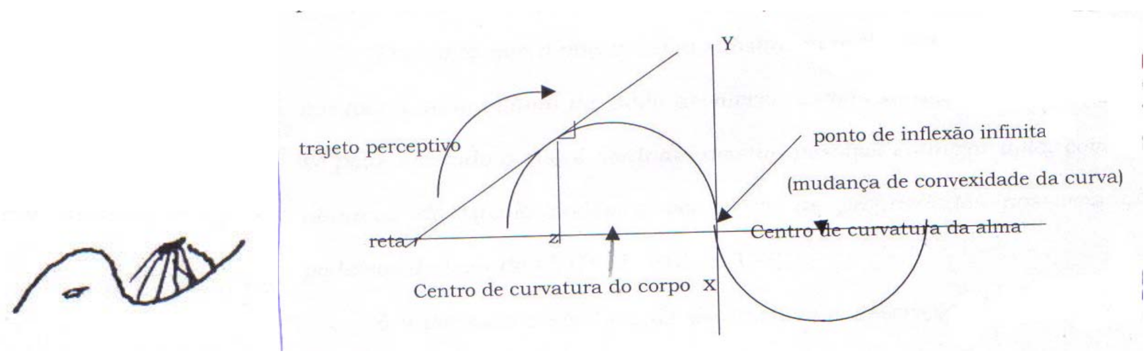
Ou seja, fica claro, pelo primeiro esquema, que: XY (x)/DX (y) é proporcional a dx/dy; agora temos que: p(QR)/x(QP) é proporcional a dx/dy, o que expresso de forma equivalente resulta em p(QR).dy=x(QP).dx. Com isso retomamos e explicitamos as intermediárias que deixamos em aberto quando fizemos a demonstração da validade universal do cálculo. O fato de Leibniz indicar a validade da aplicação de seu cálculo por meio de equações que estabelecem relações de proporcionalidade revela também que ele realmente estava tentando convencer os cartesianos, e Tschirnhaus se dizia cartesiano. Um dos procedimentos que Descartes, em resposta à lógica aristotélica, indicava como principal fonte de descoberta era o de estabelecer proporcionalidades[9].

São estes os modelos geométricos que estão por trás da demonstração da validade do cálculo que apresentamos. Também são esses os modelos que dão força à caracterização deleuziana do processo psíquico-metafísico da percepção das mônadas humanas. Deleuze o apresenta da seguinte maneira:

> Com efeito, se assimila o objeto, isto é, o mundo, à equação primitiva de uma curva de inflexão infinita, obtém-se a posição ou o ponto de vista respectivo das mônadas como forças primitivas, o que se consegue por meio de uma simples regra das tangentes, [...] e extrai-se da equação relações diferenciais que estão presentes em cada mônada entre pequenas percepções, de tal maneira que cada uma expressa a curva de seu ponto de vista. (DELEUZE, 1991, p. 152).

Então, a fim de compreendermos o modelo que Deleuze apresenta para indicar o trajeto perceptivo, podemos apresentar também mais uma figura[10]:

figura 3 e 4



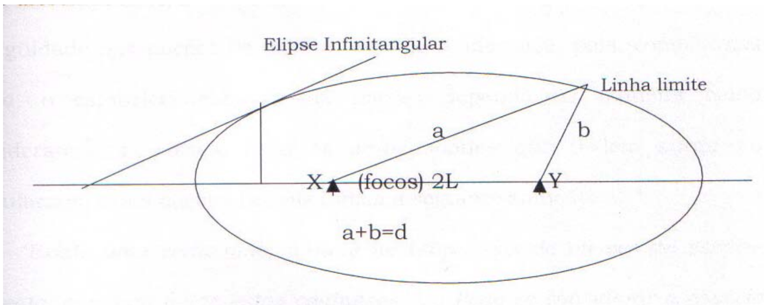
[9] Cf. *Regras para a orientação do espírito*, regra XIV. (DESCARTES, 1999, p. 118).

[10] (DELEUZE, 1991, p. 36). Sobre a noção matemática de inflexão infinita (ou *punctum flexus contrarii*) veja-se: *Um novo método para os máximos e mínimos* (LEIBNIZ, 1962, p. 221).

Não é difícil perceber que o modelo de Deleuze está de pleno acordo com o cálculo infinitesimal de Leibniz, para ficar ainda mais claro acrescentamos outra figura com as retas *r* e *z* e as coordenadas X e Y. É a partir deste modelo que Deleuze pode concluir que as percepções podem ser entendidas como o trajeto que a curva percorre, trajeto que pode ser descrito como um somatório de diferenças, ou, nos termos de Leibniz, um somatório de lados infinitesimais, de infinitas hipotenusas que têm catetos infinitesimais. Por isso, se seguimos o modelo deleuziano, os cálculos diferencial e integral assumem papel fundamental para a compreensão das percepções das mônadas e para a compreensão de como se dá a efetivação das substâncias em um mundo determinado.

A compreensão das substâncias por meio de centros ou pontos é idéia recorrente nos textos de Leibniz, o que é um forte apoio à tese de Deleuze; o único problema é que Leibniz parece valorizar, por analogia evidentemente, o fato de que os círculos, ao contrário da hipérbole, e as mônadas são fechados, característica que o modelo deleuziano, que se vale de uma hipérbole, não é capaz de salvar. Pensando nisso buscamos outro modelo, um que fosse compatível com as descrições de Leibniz, exploradas de forma brilhante por Deleuze, mas que não fosse aberto. Dada a pertinência do uso de figuras geométricas para descrever a natureza (a essência) das substâncias individuais, acreditamos que o modelo mais apropriado para a descrição do trajeto perceptivo da Mônada Humana é a elipse, assim teríamos:

figura 5



A elipse oferece algumas vantagens que não estão presentes no modelo deleuziano: primeiro, ela pode, dados seus dois focos, apresentar as mudanças do corpo diferenciadas das mudanças da razão, ou seja, pode diferenciar as causas finais e as causas eficientes envolvidas nas ações de uma mesma substância, da mesma forma que o modelo deleuziano diferenciava; mas, diferentemente desse, pode explicitar o fato de uma ação seguir exatamente a outra (como dois relógios que, apesar de diferentes, marcam a mesma hora), dito de outra forma, pode explicitar o fato de as ações ocorrerem de forma harmônica. Segundo, ela oferece as mesmas possibilidades de cálculo com a vantagem de ser fechada, o que o modelo deleuziano não era. E, terceiro, ela é capaz de elucidar em que medida as ações da substância podem ter reflexão, o que o modelo deleuziano também não pode explicitar, dado que ele parte da afirmação que existe inflexão infinita entre as mudanças do corpo e o trajeto perceptivo da alma. Além destes três, existem outros aspectos interessantes no modelo da elipse; um, em especial, diz respeito às infinitas diferenças que podem ser obtidas graças às relações entre os focos e a linha limite das elipses, o que favorece uma certa gradação dos seres racionais (gênios, bem aventurados, etc.) do que não temos condições de tratar agora.

Depois de tudo o que dissemos não deve restar dúvida quanto à validade da aplicação do cálculo às elipses, o que indicaria o infinito relacionado às percepções da mônada humana; também não é difícil ver que as ações da alma podem seguir as do corpo de forma harmônica, sem que ambas se confundam (como dois relógios diferentes que marcam a mesma hora). Contudo, é preciso dizer que Leibniz encontrou alguma dificuldade nas elipses, ou seja, se tomarmos partes da elipse, como fizemos acima, o cálculo parece ser satisfatório, mas, parece que Leibniz não foi capaz de encontrar uma maneira satisfatória de deixar claro a relação do cálculo com o fechamento da elipse. Seja como for, este é um problema que tem mais a ver com a história do Cálculo Diferencial e Integral do que com o fato de uma impossibilidade real de aplicá-lo às elipses[11].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DELEUZE, Gilles. **A Dobra: Leibniz e o Barroco**. Trad. Luiz B. L. Orlandi. Campinas-SP: Editora Papirus, 1991.

DESCARTES, René. **Obras Filosóficas** (**Meditações Metafísicas, Objeções e respostas**). Introdução de Étiene Gilson, trad. de Manuel de La Revilla. Buenos Aires: El Ateneo, 1945.

______. **Discurso do Método e Paixões da Alma**. Trad. J. Guinsburg e Bento Prado Junior. São Paulo: Ed. Nova Cultural, 1987.

______. **Regras para a orientação do espírito**. Trad. Maria Ermantina Galvão, São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1999.

[11] O que Parmentier descreve com as seguintes palavras: “La necessite d’intégrer des formules irratinelles se presente in concreto dans la rectification de l’hiperbole et de l’ellipse et Leibniz avoute em avoir sous-estimé la difficulté (...)”. (PARMENTIER, 1989 [*La naissance du calcul différentiel*], p. 386.

GRIMBERG, G. E. **A constituição da teoria das funções de várias variáveis no século XVIII: O início da análise moderna**. Tese de Doutorado, FFLCH-USP, 2000.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm**. Análisis Infinitesimal**. Estudo preliminar de Javier de Lorenzo, trad. de Teresa Martin Santos, Madri: Editorial Tecnos, 1991.

______. **Essais de Théodicée**, Paris: GF-Flamarion, 1990.

______. **Mathematische Schriften**, Hildesheim: Ed. Gerhardt - Georg Olms, 1962.

______. **Discurso de Metafísica**. Trad. de Marilena de Souza Chauí, São Paulo: Abril Cultural, 1993.

______. **Escritos Filosóficos**. Ed. de Ezequiel de Olaso. Buenos Aires: Editora Charcas, 1982.

______. **Os Princípios da Filosofia ditos a Monadologia**. Trad. de Marilena de Souza Chauí. São Paulo: Abril Cultural, 1993.

______. **Novos ensaios sobre o entendimento humano**. Trad. de Luiz João Baraúna. São Paulo: Abril Cultural, 1984.

PARMENTIER, Marc. **La naissance du calcul différentiel**. Paris: J. Vrin, 1989.

Pedro ABELARDO. **Lógica para Principiantes**. Trad. Carlos Artur R. Nascimento. Petrópolis – R. J., Ed. Vozes, 1994.

PLATÃO. **Mênon**. Texto estabelecido e anotado por John Burnet. Trad. de Maura Iglesias, Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio e Loyola, 2001.

PIAUÍ, William de Siqueira. “Leibniz e Descartes: labirintos e análise”. **Cadernos Espinosanos** – FFLCH. São Paulo, n. IX, p. 123-169, 2002.

______. “Leibniz e Tomás de Aquino: o princípio de individuação”. **Ágora Filosófica** – Unicap. Recife: Fundação Antônio dos Santos Abranches – FASA, n. 1, p. 117-136, 2006.

______. “Da verdade estética: Baumgarten, Leibniz e Descartes”. **Ágora Filosófica** – Unicap. Recife: Fundação Antônio dos Santos Abranches – FASA, n. 2, p. 171-195, 2006.

PIAUÍ, **William de Siqueira**. **Realidade do ideal e substancialidade do mundo em Leibniz:** percorrendo e sobrevoando o labirinto do contínuo**.** São Paulo, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2009.

POMBO, Olga. **Leibniz e o problema de uma Língua Universal**. Lisboa: Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica – Imprensa Nacional, 1997.