# SERÃO AS EQUAÇÕES MATEMÁTICAS PSEUDOPROPOSIÇÕES? UMA ANÁLISE CRÍTICA DA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA DO *TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS* DE WITTGENSTEIN

*Sérgio Ricardo Neves de Miranda*[1]

*Pedro Merlussi*[2]

**RESUMO**
O presente artigo discute a tese do primeiro Wittgenstein segundo a qual as equações matemáticas nada dizem acerca do mundo. Argumentaremos que Wittgenstein não oferece um argumento sólido a favor de sua tese.

**Palavras-chave:** Wittgenstein; *Tractatus Logico-Philosophicus; filosofia da matemática*

**ABSTRACT**
This paper discusses the early Wittgenstein's thesis according to which the mathematical equations say nothing about the world. Shall we argue that Wittgenstein does not offer a sound argument in favor of his thesis.

**Keywords** Wittgenstein; *Tractatus Logico Philosophicus; filosofia da matemática*

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Será que uma proposição tal como dois e dois são quatro afirma algo sobre a realidade? Será que as equações matemáticas podem ser refutadas pela experiência? No *Tractatus Logico-Philosophicus* (1922), Wittgenstein respondeu negativamente a estas duas questões. Argumentou que as equações matemáticas nada dizem sobre o mundo. E dado que por definição uma proposição genuína afirma algo acerca da realidade, segue-se que as equações matemáticas não são proposições genuínas. Uma proposição tal como a radioatividade causa câncer é intuitivamente muito diferente da proposição dois e dois são quatro. Parece que podemos refutar a primeira pela experiência, mas não a segunda. Seguindo esta perspectiva, Wittgenstein defendeu no *Tractatus* que as sentenças matemáticas não podem ser refutadas pela experiência e, portanto, não podem expressar proposições genuínas. O principal legado do *Tractatus*, pelo menos no que concerne à matemática, é a ideia segundo a qual as "verdades matemáticas" são de natureza puramente sintática. No entanto, a despeito dos resultados do *Tractatus*, o presente trabalho argumenta contra a tese do primeiro

[1] Doutor em Filosofia pela Universidade de Bielefeld. Professor Adjunto do Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Ouro Preto.
[2] Aluno da graduação em Filosofia na Universidade Federal de Ouro Preto e bolsista do CNPq.

Wittgenstein de que as equações matemáticas nada dizem acerca do mundo. Apresentaremos três argumentos a favor desta tese. Contudo, levantaremos objeções contra estes argumentos e procuraremos mostrar que a filosofia da matemática do *Tractatus* não prova aquilo que se propõe provar. Nossas críticas concentram-se principalmente nos seguintes pressupostos: (a) que toda proposição genuína é possivelmente falsa e que (b) se conhecemos uma proposição sem recorrer à experiência, segue-se que esta proposição nada diz acerca do mundo. Procuraremos concluir: se as equações matemáticas nada dizem a respeito do mundo, deve-se a outros motivos que não aqueles apresentados por Wittgenstein.

## SERÃO AS EQUAÇÕES MATEMÁTICAS PSEUDOPROPOSIÇÕES?

O aspecto central da filosofia da matemática do *Tractatus* é a ideia de que as sentenças da matemática nada dizem sobre o mundo (cf. MOUNCE, 1981, p.63). Mas o que Wittgenstein quer dizer com sentenças da matemática não é algo como a sentença “há três laranjas na cesta”. Equações matemáticas são sentenças do tipo “2 + 2 = 4”, “3 + 3 = 6”, etc. A proposição expressa pela frase “há três laranjas na cesta” é empírica; ela diz algo acerca do mundo (nomeadamente, que há três laranjas na cesta). Sentenças da matemática, por outro lado, são puramente formais. Podemos saber que a equação “2 + 2 = 4” é correta sem ter que verificá-la, ou seja, não precisamos confrontá-la ao mundo para ver se ela está correta. No entanto, não podemos determinar o valor de verdade da frase “há três laranjas na cesta” se não olharmos para a cesta e verificarmos que há de fato três laranjas.

Mas como Wittgenstein procura mostrar que as equações matemáticas são meramente formais? O autor do *Tractatus* concebe o número como um conceito formal. E este “conceito formal de número é expresso por meio de uma ‘série formal’, uma série cujos membros encontram-se ordenados por uma relação interna[3] e são produzidos por uma operação reiterável” (GLOCK, 1998, p.264). Em 6.02 Wittgenstein nos fornece as seguintes definições:

Em 1, define-se ‘$x$’ (que é o ponto de partida da série) como $\Omega^{\circ}x$

(1) x = $\Omega^{\circ}x$Def.,

[3] Uma relação interna é uma relação que não poderia deixar de ocorrer por ser dada juntamente com os termos (objetos ou elementos relacionados), ou por ser pelo menos em parte constitutiva desses termos, por exemplo, o caso de o preto ser mais escuro que o branco.

Em 2, define-se $\Omega\ \Omega^{N}x$ (que é o sucessor de qualquer número dado) como $\Omega^{N+1}x$

(2) $\Omega\ \Omega^{N}x$ = $\Omega^{N+1}x$Def.

Então, de acordo com essas regras, reescrevemos a série como

(3) $\Omega^{0}x$, $\Omega^{0+1}x, \Omega^{0+1+1}x, \Omega^{0+1+1+1}x$ ...,

Assim enunciamos a forma geral de uma operação da seguinte maneira

(4) [$\Omega^{0}x$, $\Omega^{N}x, \Omega^{N+1}x$]

Finalmente, derivamos os números inteiros:

(5) 0 + 1 = 1
0 + 1 + 1 = 2
0 + 1 +1 + 1 = 3, etc.

Como Mounce faz notar, o que faz elucidar o número é a aplicação de uma operação. Três é simplesmente o número de vezes que uma operação deve ser reiterada para que produza uma expressão da forma $\Omega'\ \Omega\ '\Omega x'$. Para se definir números, portanto, é necessário fazer referência à aplicação da operação um certo número de vezes. Isto pode parecer circular, mas segundo a distinção entre 'dizer e mostrar' do *Tractatus*, não é preciso invocar o número aqui. O estágio da série formal representado por "$\Omega'\ \Omega'\ \Omega x'$" *mostra-se* na estrutura dessa operação, quando analisada adequadamente. Deste modo, Wittgenstein diz que o número é o expoente de uma operação (*Tractatus* 6.021). Isto significa que "qualquer sentença que contêm numerais pode ser traduzida numa sentença que represente a aplicação de uma operação" (cf. MOUNCE, 1981, p. 62). Por exemplo, a sentença "3 + 3 = 6" pode ser escrita de outra forma, tal como '$\Omega^{3}\Omega^{3}x = \Omega^{6}x$', e esta por sua vez pode ser escrita como '($\Omega\ \Omega\ \Omega$) $(\Omega\ \Omega\ \Omega)x = \Omega\ \Omega\ \Omega\ \Omega\ \Omega\ \Omega x'$. Pelo fato de o número ser expoente de uma operação, é preciso enfatizar que numerais não versam sobre objetos. Por exemplo, a frase "há três laranjas na cesta" não versa sobre cinco objetos (as três laranjas, a cesta e o número 3). Ao invés, indica que se pode realizar uma operação com as laranjas na cesta – tirar uma ($\Omega' x$), outra ($\Omega x'$) e outra ($\Omega x'$). Portanto, as equações da matemática são puramente formais. Elas não representam objetos e nada dizem sobre o mundo.

## PROBLEMAS DA ABORDAGEM DA MATEMÁTICA DO *TRACTATUS*

Em sua introdução ao *Tractatus*, Russell escreveu que a “teoria do número” de Wittgenstein necessita de um maior desenvolvimento técnico. Isto porque Wittgenstein não mostra como é capaz de lidar com cardinais transfinitos. Ou seja, como os números são expoentes de operações, não podem nos levar além do finito. De modo análogo, Frank Ramsey escreveu que a abordagem de Wittgenstein não cobre toda matemática simplesmente porque a teoria wittgensteiniana das equações não pode explicar desigualdades (RAMSEY, 1923, p.475). Mas é duvidoso que, em 1923, Wittgenstein considerasse essas questões problemáticas (RODYCH, 2007, p.5). Seja como for, é praticamente inegável que a teoria da matemática do *Tractatus* é essencialmente um esboço, “especialmente em comparação com o que Wittgenstein começa a desenvolver seis anos depois” (cf. *ibid*). Afinal, o filósofo abandona sua “nebulosa” introdução do conceito de número pela forma geral de uma operação.

O ponto mais curioso é que Wittgenstein distingue no *Tractatus* a atividade matemática que é meramente formal (que não tem aplicação alguma em proposições contingentes), e aquelas sentenças da matemática que têm aplicação em proposições contingentes (por exemplo, proposições expressas por frases como “há três pessoas naquela casa”, “Vejo três laranjas na cesta”, etc.). Porém, Wittgenstein não diz explicitamente *como* as equações matemáticas (que são meramente sintáticas) são aplicadas em proposições contingentes. Parece-nos assim que a abordagem do *Tractatus* não é suficiente para explicar como aplicamos a matemática a proposições contingentes.

Passaremos agora destas questões mais técnicas a problemas puramente teóricos. Mesmo que a abordagem da matemática encontrada no *Tractatus* seja demasiado restritiva e encontre problemas técnicos, procuraremos enfatizar sua tese segundo a qual as equações matemáticas não são proposições genuínas. Nosso objetivo consiste, portanto, em avaliar os pressupostos teóricos que levaram o jovem Wittgenstein a defender sua tese de que as equações matemáticas nada dizem sobre o mundo.

O desenvolvimento da filosofia da matemática no *Tractatus* é um contraste entre proposições genuínas e equações matemáticas. Isto porque Wittgenstein não considera como proposições genuínas as equações da matemática (elas têm a aparência de proposições, mas na verdade não são proposições). Mas por que as equações matemáticas não exprimem proposições? Simplesmente porque nada dizem sobre o mundo, não representam objetos e, conseqüentemente, não podem ser verdadeiras ou falsas. Wittgenstein, na verdade, prefere chamá-las de corretas ou incorretas.

Sem dúvida alguma é contra-intuitivo defender que as sentenças matemáticas não exprimem proposições. Isto é, defender que as sentenças da matemática são destituídas de significado. Mas antes de entender melhor a posição de Wittgenstein é preciso tornar claro o que o filósofo entende por proposições genuínas. É o que veremos agora.

## PROPOSIÇÕES GENUÍNAS, ESTADOS DE COISAS E FATOS

Pense, por exemplo, na proposição a neve é branca. Esta proposição é genuína porque afirma algo acerca de um estado de coisas. A proposição será verdadeira se o estado de coisas existir (ou seja, se no mundo a neve for branca). Se a neve for preta, a proposição será falsa (isto é, se o estado de coisas não existir). Uma proposição genuína sempre afirma algo sobre o que é possível ocorrer. Temos, assim, a seguinte definição de proposição genuína:

– Uma proposição é genuína se, e somente se, ela afirma algo sobre um estado de coisas possível.

E o que são estados de coisas? O predicado “é verdadeira” (e o seu complemento “não é verdadeira”) está para frases do mesmo modo que o predicado monádico “verifica-se” (e o seu complemento “não se verifica”) está para estado de coisas (cf. BRANQUINHO 2006: p.286). Por exemplo, Sócrates bebeu a cicuta é um estado de coisas atual, um estado de coisas que se verifica de fato. O presidente Lula ser um filósofo é um estado de coisas meramente possível, que não se verifica, mas poderia verificar-se. Por outro lado, 3 ser um número par é um estado de coisas impossível, que não se verifica e não poderia verificar-se. Logo, a sentença “3 é um número par” não pode exprimir uma proposição, pois tal estado de coisas (3 ser um número par) é impossível.

É preciso salientar uma distinção fundamental entre estados de coisas e fatos. Wittgenstein identifica o mundo como a totalidade dos fatos, não das coisas. E isto por um motivo bem simples. A totalidade das coisas pode constituir uma variedade de mundos possíveis[4] (ver FOGELIN, 1987, p.3) Embora no mundo atual a neve seja branca, há um mundo possível no qual a neve seja preta. O estado de coisas não é somente aquilo que existe no mundo, mas aquilo que poderia existir em outros mundos possíveis. O que existe apenas no mundo atual são os fatos. Por exemplo, não é um fato Lula ser filósofo (no mundo atual, Lula é o presidente do Brasil, não filósofo). Mas Lula ser filósofo é um estado de coisas possível (algo que não verificamos no mundo atual, mas poderíamos verificar).

## PRIMEIRO ARGUMENTO A FAVOR DA TESE DE WITTGENSTEIN

Antes de tudo, é importante notar que Wittgenstein claramente sustenta a teoria da verdade como correspondência: a saber, que uma proposição é verdadeira em virtude de haver algo na realidade ao qual essa proposição corresponde. E este algo ao qual tem de haver para a proposição corresponder é, segundo Wittgenstein, um estado de coisas. Assim, para uma proposição possuir significado é preciso que ela possa ser verificada ou falseada[5]. Este é o motivo pelo qual o termo proposição genuína é sinônimo do termo proposição contingente[6]. Por definição, a proposição contingente é aquela que é possivelmente falsa. Em outras palavras, uma proposição só será genuína se for contingente. Wittgenstein sustenta a teoria da verdade como correspondência em (4.25). Como ele escreve, “se uma proposição elementar[7] é verdadeira, o estado de coisas existe; se uma proposição elementar é falsa, o estado de coisas não existe”.

Wittgenstein procura sustentar que tais proposições genuínas opõem-se radicalmente a equações matemáticas ou àquelas sentenças da lógica. Afinal, como vimos, as equações

---

[4] Embora Wittgenstein não conhecesse a semântica dos mundos possíveis, teremos de utilizá-la para tornar seu pensamento mais claro. Que é, então, um mundo possível? Considere o mundo no qual vivemos (não só o planeta Terra, mas todo o universo). Tudo aquilo que discursamos sobre o mundo é acerca daquilo que efetivamente existe (acerca dos fatos, na terminologia de Wittgenstein). Mas será que as coisas poderiam ser diferentes? Será que num outro mundo possível Lula poderia ter perdido as eleições presidenciais no Brasil? A resposta intuitiva é sim. O modo como as coisas são (Lula ter ganho as eleições) chamamos de *mundo atual*. O modo como as coisas poderiam ser, chamamos de *mundo possível*. Claro que o mundo atual é também um mundo possível.

[5] Como podemos observar, trata-se aqui do critério verificacionista para atribuição de significado, a saber, que uma proposição não possui significado se não pode ser verificada ou falseada. Lemos no *Tractatus* que sabemos que uma proposição é verdadeira quando podemos *verificá-la*, compará-la com a realidade, como quando usamos uma régua (*Tractatus* 2.1512 e 2.223).

[6] *P* é uma verdade contingente se, e somente se, é possivelmente falsa. Por exemplo, a proposição Sócrates nasceu em Atenas poderia ter sido falsa. Sócrates poderia ter nascido em outra cidade, poderia ter nascido em outro país (por exemplo, no Egito), etc. Segundo Wittgenstein, as proposições contingentes ou bipolares são aquelas cujos todos os valores de verdade nunca são tautológicos ou contraditórios; sempre podem ser verdadeiros ou falsos.

[7] Proposições elementares ou atômicas são aquelas proposições mais simples. Através delas podemos analisar todas as outras proposições. No entanto, elas próprias não admitem uma análise em que se obtenham proposições mais simples.

matemáticas apenas mostram uma igualdade de formas. Assim como as sentenças da lógica, elas nada dizem. Por exemplo, tomemos as seguintes sentenças:

a) ~ (p & ~ p)
b) 2 + 2 = 4
c) g = 9.81 m/seg
d) água é H2O

Para as sentenças (a), (b), (c) e (d) expressarem proposições genuínas, devem ser possivelmente falsas ou verificáveis. Se olharmos para o mundo e observarmos que g = 9.81m/seg ou que água é H2O, então (c) e (d) serão proposições genuinamente verdadeiras (o estado de coisas existirá no mundo atual). Se, por outro lado, olharmos para o mundo e observarmos que água é XYZ e que a gravidade da Terra não é igual a 9,81 m/seg, o estado de coisas não existirá no mundo atual. No entanto, temos um problema em relação às proposições (a) e (b). Será que podemos olhar para o mundo e observar que ~(p & ~ p) poderia ser falsa? Wittgenstein responde negativamente. O mesmo ocorre em relação à soma 2 + 2 = 4. Não podemos verificar sentenças tais como (a) e (b). Também conseguimos determinar o seu valor de verdade sem recorrer ao mundo. Como diz Wittgenstein, podemos provar equações da matemática sem comparar o que elas expressam com os fatos (*Tractatus* 6.2321). Disto segue-se que não são proposições genuínas. Ou seja, as sentenças da matemática não podem ser verdadeiras nem falsas. Vejamos o primeiro argumento que podemos formular a favor da tese wittgensteiniana de que as "proposições" da matemática são na verdade pseudoproposições.

1. Se as equações matemáticas são provadas sem que precisemos verificá-las, então elas não expressam proposições genuínas (ou seja, não podem ser verdadeiras ou falsas).
2. As equações matemáticas são provadas sem que precisemos verificá-las
   Logo,
3. As equações da matemática não expressam proposições genuínas (ou seja, não podem ser verdadeiras ou falsas).

## O PROBLEMA DO ARGUMENTO

A ideia central do argumento apresentado a favor da tese wittgensteiniana pauta-se no critério verificacionista segundo o qual uma sentença só é verdadeira em virtude de ser verificável. Se uma sentença não pode ser verificada, então ela é destituída de valor de verdade. Como as sentenças matemáticas não podem ser verificadas, segue-se que elas são destituídas de valor de verdade.

Para sabermos se uma equação matemática é correta ou não, basta que raciocinemos um pouco. É óbvio que não é preciso confrontá-la com a experiência. Portanto, temos de aceitar a premissa 2. E mais: como o argumento é dedutivamente válido, se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também será verdadeira. Já aceitamos a veracidade da segunda premissa. Nosso objetivo, deste modo, é argumentar a favor da falsidade da primeira premissa. Assim, não precisamos aceitar a conclusão.

O problema do argumento apresenta-se obviamente na primeira premissa: 1. Se as equações matemáticas são provadas sem que precisemos verificá-las, então elas não expressam proposições genuínas. O problema desta premissa é justamente pautar-se no critério verificacionista de que uma sentença é verdadeira se, e só se, tal sentença pode ser verificada. Mas será que o critério verificacionista pode ele mesmo ser verificável? É o que iremos agora examinar.

Suponha-se que o critério não é verificável. Então ele simplesmente não pode ser verdadeiro e conseqüentemente se auto-refutaria. Pelo menos um positivista abraçava galantemente a ideia de que o critério é apenas destituído de significado, uma escada a deitar fora depois de termos subido por ela (LYCAN, 2007, p.122). Se uma sentença é verdadeira em virtude de ser verificada, então o critério verificacionista não pode ser verdadeiro. Afinal, ele não pode ser verificado. Assim como as sentenças da matemática, o critério verificacionista seria uma pseudoproposição.

Pode-se objetar, porém, que há certas sentenças que são analiticamente verdadeiras. Por exemplo, a sentença “nenhum solteiro é casado” é uma verdade analítica. Há quem defenda que ela é verdadeira meramente em virtude do significado das palavras e de sua sintaxe[8]. O critério verificacionista seria portanto uma verdade analítica vácua. Entretanto, é

[8] Infelizmente não é possível fornecer um tratamento exaustivo do conceito de analiticidade. Boghossian (1997) distinguiu o conceito de analiticidade de três formas. Analiticidade metafísica, analiticidade epistêmica e analiticidade de Frege. Os defensores da analiticidade metafísica sustentam que uma frase é uma verdade analítica meramente em virtude do significado de suas palavras e de sua sintaxe. Boghossian rejeita tal definição argumentando que a analiticidade metafísica nega nosso truísmo acerca das condições de verdade, a saber, que uma frase é verdadeira se o que ela diz é o caso.

no mínimo duvidoso que o critério verificacionista seja tal e qual sentenças analíticas do tipo “nenhum solteiro é casado”, “todos os corpos são extensos”, “todo objeto vermelho é colorido”, etc. À exceção dos defensores do verificacionismo, é de se duvidar que alguém considere o critério verificacionista semelhante às sentenças analíticas. Além disso, o próprio conceito de analiticidade não é preciso e enfrenta inúmeros problemas. Há quem argumente que a distinção entre frases analíticas e não-analíticas deva ser rejeitada (ver, por exemplo, Quine 1951).

Mas suponhamos agora que o critério verificacionista seja verificável. Presumamos que se descobriu que a veracidade das sentenças é realmente o critério de verificação. No entanto, tal suposição tem um resultado curioso. O fato de descobrirmos que a veracidade das sentenças é realmente o critério de verificação já pressupõe que podemos reconhecer a veracidade das sentenças independentemente de lhes atribuirmos o critério de verificação. Para que precisaríamos então do critério? Não é possível determinar o seu valor de verdade sem recorrermos a ele próprio? Em ambos os casos, seja verificável ou não, o critério verificacionista parece ser dúbio de coerência. Conseqüentemente, a primeira premissa não parece verdadeira. Porém, como um argumento sólido deve ter todas as premissas verdadeiras (além de ser dedutivamente válido), segue-se que este primeiro argumento não é um argumento sólido a favor da tese de que as sentenças da matemática não expressam proposições. Do fato de uma equação matemática não ser verificável, não parece se seguir que tal equação não possa ser verdadeira ou falsa. Para tanto, necessitaríamos de um bom argumento a favor do critério verificacionista. Se rejeitarmos o critério, então não precisaremos aceitar a tese de que as sentenças da matemática não podem expressar proposições. Mas não fiquemos por aqui. Apresentaremos outro argumento a fim de tornar as coisas piores para o primeiro argumento.

## O ARGUMENTO DA MÁQUINA DE PREVISÃO

Parece-nos que as sentenças da matemática, pelo menos intuitivamente, não podem ser verificadas. Mas será que isso ocorre de fato? Suponha que haja uma máquina estranha com um magnífico poder de previsão. Chamemo-la de *a maquina da previsão*. A ideia fundamental é bem simples. Basta codificarmos uma frase declarativa num cartão e, quando inserirmos este cartão na máquina, ela automaticamente responderá: “verdadeiro” ou “falso”. O curioso é que, quando perguntamos à máquina qualquer coisa, ela milagrosamente sempre acerta. Por exemplo:

*i.* Codificamos “água é H2O” num cartão.

*ii.* Introduzimos o cartão na *máquina da previsão*.

*iii.* Na máquina surge a palavra “verdadeiro”.

E sempre quando inserimos o cartão na máquina, ela nos fornece alguma resposta. Inserimos “A neve é branca”, e a máquina diz “verdadeiro”. Inserimos “nenhum solteiro é casado”, e a máquina diz “ verdadeiro”. Inserimos “A neve é preta”, e máquina diz “falso”. E ela milagrosamente acerta em todos os casos (pelo menos em todas aquelas crenças nas quais estamos justificados a tomá-las como verdadeiras). O problema, porém, é que a máquina sempre responde:

*j*. Inserimos “iuhdhsafjdfhaspdsjd” num cartão.

*jj*. Introduzimos o cartão na *máquina de previsão*.

*jjj*. Na máquina surge a palavra “verdadeiro”.

Lembremo-nos que a máquina nunca se enganou. Portanto, podemos verificar qualquer frase: “dois mais dois são quatro”, “chove ou não chove”, etc. Mas qual o problema disso tudo? O problema é que este argumento tem uma conseqüência desagradável: o critério verificacionista fica trivializado. Podemos verificar qualquer frase, qualquer seqüência de palavras torna-se verificável. Assim, é perfeitamente possível atribuirmos valor de verdade a seqüência de palavras que não têm valor de verdade algum. Isto é suficiente para observarmos que há qualquer coisa de errado com o critério verificacionista.

## O SEGUNDO ARGUMENTO

Talvez possamos reformular o argumento a fim de torná-lo mais persuasivo, excluindo o critério verificacionista das premissas. A ideia central deste novo argumento é que, se conhecemos uma proposição sem recorrer ao mundo, segue-se que a verdade desta proposição não é acerca do mundo. Mas se esta proposição nada diz sobre o mundo, então ela não pode ser genuína. Vejamos o argumento:

1. Se as sentenças da matemática são conhecidas sem que precisemos recorrer ao mundo, então a verdade destas sentenças é independente de qualquer característica do mundo.
2. Se a verdade destas sentenças é independente de qualquer característica do mundo, então tais sentenças não podem expressar proposições.
3. As sentenças da matemática são conhecidas sem que precisemos recorrer ao mundo.

Logo,

4. As sentenças da matemática não expressam proposições genuínas.

Este argumento, além de dedutivamente válido, evita as objeções ao critério verificacionista. Mas será que há algo de errado com o argumento? Acreditamos que sim, e o problema apresenta-se novamente na primeira premissa: 4. Se as sentenças da matemática são conhecidas sem que precisemos recorrer ao mundo, então a verdade destas sentenças é independente de qualquer característica do mundo.

O problema é justamente pressupor que, do fato de uma proposição qualquer ser conhecida independentemente de recorrermos ao mundo, segue-se que ela não seja uma verdade acerca do mundo. Isto é falso. Por exemplo, não precisamos recorrer ao mundo para conhecer a proposição expressa pela frase “nenhum solteiro é casado”. Mas disso se segue que ela não seja uma verdade acerca do mundo? Claro que não. Afinal, é do fato de no mundo os solteiros não serem casados que esta proposição é verdadeira. Um contra-exemplo simples e eficaz a fim de negar a primeira premissa é o da elocução presente “Eu existo”. Isto porque é muitíssimo implausível supor que alguém possa descobrir por testemunho que existe. Ainda que alguém nunca tivesse pensado no assunto, é pouco provável que já não soubesse de sua existência. Logo, a proposição eu existo é conhecida independentemente da experiência. Podemos, porém, afirmar que ela não seja uma verdade acerca do mundo? A resposta novamente é não. E é do fato de alguém proferir “eu existo” que a proposição expressa por esta frase é verdadeira. Se a pessoa que a proferiu não existisse, a proposição seria simplesmente falsa. Logo, do fato de conhecermos algo sem precisarmos recorrer à experiência, não se segue que a verdade deste algo seja independente do mundo. Analogamente ocorre com a matemática. Do fato de conhecermos as proposições da matemática sem fazer apelo à experiência, não se segue que a verdade de tais proposições seja independente do mundo.

## O ÚLTIMO ARGUMENTO

Finalmente, vejamos agora o último argumento a fim de sustentar que as proposições matemáticas não são, na verdade, proposições genuínas. Eis o argumento:

1. As únicas proposições genuínas são as contingentes.
2. As proposições matemáticas não são contingentemente verdadeiras (ou seja, elas são necessariamente verdadeiras).

Logo,

3. As proposições matemática não são proposições genuínas.

Dizer que as verdades matemáticas são necessárias é afirmar que elas não poderiam ser falsas. Nada há no mundo que possa falseá-las. Em outras palavras, são verdadeiras em todos os mundos possíveis. Vimos que as proposições genuínas, por definição, devem ser possivelmente falsas. Elas são contingentemente verdadeiras. As equações da matemática não podem ser proposições genuínas (afinal, são necessariamente verdadeiras). Nada dizem a respeito do mundo. Logo, são pseudoproposições. Será que este argumento funciona?

A despeito da plausibilidade inicial da premissa representada por 8, ela nos apresenta um problema: por que tomá-la como verdadeira? Por que não poderia haver proposições genuínas ainda que necessariamente verdadeiras? Por exemplo, podemos defender que a proposição água é H2O é necessariamente verdadeira. Esta não parece ser uma pseudoproposição, muito embora possamos defender que ela seja necessariamente verdadeira. Parece que Wittgenstein tem de oferecer um argumento suplementar a favor da tese segundo a qual uma proposição é genuína se, e só se, for contingente.

Talvez o autor do *Tractatus* estivesse pressupondo a todo o momento o verificacionismo sem atentar para as suas dificuldades reais. É claro que o critério verificacionista não admite proposições necessariamente verdadeiras, pois, para que uma sentença exprima uma proposição, é preciso que ela seja verificável, possivelmente falsa. Vimos, contudo, que o critério verificacionista é dúbio de coerência. Em todo o caso, não há razões para tomarmos como verdadeira a primeira premissa deste argumento. Disto segue-se que este argumento também não pode ser uma prova sólida a favor da tese de que as sentenças da matemática não expressam proposições.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem dos argumentos aqui apresentados não é exaustiva. Sem dúvida é possível apresentar outros argumentos a favor da tese do primeiro Wittgenstein. A radicalidade de sua tese, no entanto, faz com que hoje seja muito difícil encontrarmos filósofos que a sustentem sem quaisquer alterações. Ainda que tenha levantado problemas técnicos e teóricos, o tratamento que Wittgenstein forneceu às proposições matemáticas no *Tractatus* permanece como ponto de referência incontornável na discussão dos problemas centrais acerca dos fundamentos da matemática.

## REFERÊNCIAS

BLACK, Max. *A Companion to Wittgenstein's 'Tractatus'*. Cambridge: Cambridge University Press, 1964.

BRANQUINHO, João. "Estado de coisas". In: *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

FOGELIN, Robert J. *Wittgenstein*. New York: Routledge, second edition, 1987.

GLOCK, Hans-Johan. "Necessity and Normativity". SLUGA, Hans & STERN, David G. *The Cambridge Companion to Wittgenstein*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 198-225, 1996.

______, *Dicionário Wittgenstein*. Trad. Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar ed., 1998.

KRIPKE, Saul. *Naming and Necessity*. Oxford: Blackwell, 1980.

LYCAN, William. *Philosophy of Language: A Contemporary Introduction*. Londres e Nova Iorque: Routledge, 2000.

MOUNCE, H.O. *Wittgenstein's Tractatus: an Introduction*. Oxford: Blackwell, 1981.

RODYCH, Victor. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. http://plato.stanford.edu/entries/wittgenstein-mathematics/

RUSSELL, Bertrand. *Introdução à filosofia matemática*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2007.

TEIXEIRA, Célia. "A priori". In: *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Trad. COHEN, C.K. London: Routledge, 1994.